θ_1 étant l'angle parcouru à l'instant t_1.

Prenons θ_1 et t_1 comme origines, c'est-à-dire $\theta_1 = 0$ et $t_1 = 0$ et posons $\frac{a}{I} = A$.

Alors on obtient

$$\theta = \frac{\omega_1}{A}\left(1 - e^{-At}\right). \tag{12'}$$

Cette équation est valable aussi longtemps que les frottements sont du type visqueux. Elle est caractérisée par la présence d'une constante A. Si les frottements solides apparaissent, le moment de frottement augmente et A devient plus grand.

On possède donc ainsi le moyen de mesurer la vitesse critique ω_c, c'est-à-dire la vitesse de rotation en dessous de laquelle les frottements solides se font sentir et altèrent la valeur de la constante A. Théoriquement, il suffit d'imprimer au piston une vitesse de rotation suffisante, au moyen d'un mécanisme moteur quelconque. Supposons que par un système de débrayage on arrête le couple moteur à un moment précis qui est l'instant $t = 0$. La vitesse du piston qui tourne librement, diminue par suite des frottements et il est possible de mesurer l'angle parcouru θ en fonction de t. On pourrait ainsi, à l'aide de l'équation (12'), vérifier la constance de A. S'il arrive un moment où la valeur de A n'est plus constante, la vitesse à cet instant sera précisément la vitesse critique ω_c cherchée.

Toutefois la forme de la fonction (12') se prête mal au calcul de A à partir de θ et de t.

Michels a préféré une autre méthode pour évaluer A. Soit n le nombre de tours que ferait le piston si, jusqu'au dernier moment, les frottements liquides persistaient. Dans ce cas le piston ne s'arrêterait qu'après un temps infiniment long.

Si V est le nombre de tours parcourus après un temps t, on a :

$$\tag{13} \left\{ \begin{aligned} & A\ 2\pi n = \omega_1 \\ & 2\pi V = \frac{\omega_1}{A}\left(1 - e^{-At}\right) \\ & 2\pi V = 2\pi n\left(1 - e^{-At}\right) \\ & V = n\left(1 - e^{-At}\right) \\ & 1 - \frac{V}{n} = e^{-At} \\ & A = \frac{-\log\left(1 - \frac{V}{n}\right)}{t} = \frac{\log \frac{n - V}{n}}{t} \end{aligned} \right.$$

V et t sont mesurés directement; n ne pourra être déterminé que par tâtonnement. On essayera de trouver une valeur telle que, substituée dans la formule, elle donne une valeur constante pour A pour les premières valeurs de V.

e. *Vérification expérimentale.* — 1. En vue de soumettre ces prévisions théoriques à un contrôle expérimental et de déterminer la vitesse critique ω_c MICHELS a employé une balance manométrique à piston différentiel de 250 kg/cm², sur lequel il a construit un système de mise en rotation, présentant toute garantie de bon fonctionnement. Un entraînement mécanique à moteur se révéla préférable à un entraînement à la main, du fait qu'il permit d'obtenir une vitesse initiale constante et suffisante. Il fut également nécessaire de prévoir un bon système de débrayage de façon à ce que l'on puisse connaître sans ambiguïté l'instant $t = 0$.

La relation (13) indique qu'il faut mesurer V et t; pour ce faire MICHELS détermine le temps pour que le piston parcoure un nombre de tours donné, par exemple 7. Voici à titre d'exemple une telle série d'observations.

NOMBRE DE TOURS	TEMPS	V	t	NOMBRE DE TOURS	TEMPS	V	t
7.	7,4	7	7	5.	9,2	63	84,4
7.	7,4	14	14,4	5.	10,2	68	94,6
7.	8	21	22,4	4.	8,6	72	103,2
7.	8,4	28	30,8	4.	9,8	76	113,0
7.	9	35	39,8	4.	10,8	80	123,8
6.	8,4	41	48,2	3.	9,4	83	133,2
6.	9	47	57,2	3.	10,4	86	143,6
6.	9,6	53	66,8	2.	8,6	88	152,2
5.	8,4	58	75,2	1,6.	11,8	98	164

La détermination de n se fait par tâtonnement comme indiqué. On prend par exemple deux termes de la série :

$$V = 35 \text{ avec } t = 39{,}8 \, ; \qquad V = 72 \text{ avec } t = 103{,}2 \, ;$$

On essaye différentes valeurs pour n et on calcule la valeur de A correspondant; par exemple :

$$\begin{array}{llll} \text{pour } n = 120 & A = 0{,}008664 & \text{et} & 0{,}008878 \, ; \\ \qquad\quad 125 & \quad\ 0{,}009118 & & 0{,}009534 \, ; \\ \qquad\quad 127 & \quad\ 0{,}008101 & & 0{,}008109 \, ; \end{array}$$

ainsi la constance de A est la meilleure pour une valeur de n proche de 127, ici 127,2. On peut calculer avec cette valeur $n = 127{,}2$, toutes les valeurs de A, correspondant au tableau ci-dessus.